

Joitain yrityksiä ymmärtää Sampan voimakonetta

M. Pitkänen
Email: matpitka6@gmail.com.
<http://tgdtheory.com/>.

June 20, 2019

Contents

1	Johdanto	1
2	Piiriteoreettisia ja termodynaamisia pohdintoja	2
2.1	Strategia	2
2.2	Fysikaalinen kuva voimakoneesta	3
2.3	Miten johtaa hyötysuhde?	4
3	Malli hydrodynaamisena virtapiirinä	5
3.1	Piirimalli	5
3.2	Viskositeetin tuottama virtausvastus	6
3.3	Malli lämmönsyötölle ("akulle")	7
4	Yritys rakentaa malli hyötysuhteelle van der Waalsin tilan yhtälöä käyttäen	9
4.1	Van der Waalsin tilan yhtälö	9
4.2	Van der Waalsin ongelmat	10
4.3	Arvio hyötysuhteelle van der Waalsista	11
5	Nesteen kierrätyksen huomioon ottaminen	13
5.1	Alustavia arvioita tehoille P_{in} ja P_{rot} , Δp ja η	14
5.2	Yritys arvioida hyötysuhdetta η	16
5.2.1	Arvio Δp :lle	16
5.2.2	Hyötysuhteen kaava	17
5.2.3	η_1 :n arviointi	17
5.2.4	η_2 :n arviointi	18
5.2.5	Fysikaalisesta tulkinnasta	18
5.2.6	Lämpötilaerojen suhde annetulle η_{tot} :n arvolle	19
5.3	Tilanteen tulkinta virtaustasapainona	19
5.4	Arvio virtausnopeudelle	20
5.4.1	a) Energian säilyminen	20
5.4.2	b) Partikkelien lukumäärän säilyminen	20

1 Johdanto

Jutustelu voimakoneesta rupesi vaivaamaan ja alkoi kiusata teoreetikon turhamaisuuttani. En ole hydrotermodynaamikko ja olisi siis viisainta pitää turhamaisuutensa kurissa. Päätin kuitenkin katsoa tilannetta uudelleen ja päädyin aluksi hydrodynaamiseen virtapiirimalliin. Alkuperäinen toive oli, että hyötysuhde voitaisiin johtaa minimaalisella määrällä sisäänsyötettävää informaatiota.

1. Jatkossa käyn ensin läpi yrityksen, jossa ei huomioida sitä että systeemissä neste kiertää: tämä parantaa hyötysuhdetta. On vain kyse yrityksistä hahmottaa tilannetta teoreettisesti käyttäen piiriteoreettista analogiaa ja termodynamiikkaa.

Selvisi, ettei selvitä ilman yksityiskohtaisempaa mallia sille mitä tapahtuu roottorissa. Tietyksi voidaan käyttää taulukkoja, joista todennäköisesti löytyy roottorin kuvailu virtausvas-
tuksena. Hydrodynaaminen tarkastelu tukee kuvaa, että syötettävä lämpöenergia varastoituu
paineeseen nesteen termiseksi energiaksi - vapaaksi energiaksi - ja tämä edelleen muuntuu
roottorissa kokonaan tai osittain työksi. Vapaan energian määritelmä $F = E - TS = PV$
viittaa siihen, että ΔF se menee kokonaan työksi. Tämä vastaisi sitä, että ei-maksimaalinen
 ΔF merkitsisi sitä, että osa energiasta jää lämpöenergiaksi virtaukseen: paineen pienene-
minen ei ole maksimaalinen ja tämä pienentää hyötysuhdetta. Jos näin ei ole, tarvitaan
erillinen hyötysuhde roottorin ja laitteen kytkentää kuvaamaan ja päädyttäisiin Carnotin
konemalliin.

Mukana on myös van der Waalsiin perustuva yritys selventää ajattelua. Van der Waals antaa
jonkinlaisen ensimmäisen yrityksen nesteen kuvailuksi ja sallii johtaa eksplisiittiset kaavat es-
imerkiksi jos prosessi roottorissa on adiabaattinen kuten ideaalisessa Carnotin lämpövoimakoneessa.

2. Seuraavaksi otan huomioon kierrätyksen ja johdan hyötysuhteelle arvion aineparametrien
(lämpölaajenemis-kerroin, bulk modulus, ja ominaislämpökapasiteetti) ja lämpötilaerojen
suhteen avulla. Sitten mallinnan kierrätys-systeemiä virtaustasapainona ja päädyn samoihin
kaavoihin.

Kierrätyksen malli, joka tietysti voi olla väärä, ennustaa, että hyötysuhde luokkaa muutamia
kymmeniä prosentteja edellyttäen, että hyötysuhde roottorille ilman kierrätystä on samaa lu-
okkaa kuin se osuus energiasta, joka menetetään yhdellä kierroksella lämpöhäviöinä, esimerkiksi
lämmönvaihtimissa. Vaadittaisiin muutaman asteen lämpötilan lasku roottorissa. Kannattaa
kuitenkin muistaa, että teoreetikko rakentaa mallin, jonka kokeilija osoittaa vääräksi, jonka jälkeen
teoreetikko esittää parannetun mallin, jonka....., jonka jälkeen... Joskus harvoin saattaa käydä ni-
inkin, että täppää.

2 Piiriteoreettisia ja termodynaamisia pohdintoja

Seuraavassa piiriteoreettisia ja termodynaamisia pohdintoja.

2.1 Strategia

Tärkeää on huomatta, että termodynamiikka Carnotissa on idealisoitu. Lämpökylpy ja systeemi
ovat vakio lämpötiloissa. Ulkoinen lämmitys on lämpökylpy. Nyt on kyseessä systeemi, jossa
neste virtaa ja laajenee eikä lämpötila ole vakio kaikkialla. Tarvitaan hydrodynamiikkaa. Yk-
sityiskohtaisemmalla tasolla täytyy kuvata miten nesteen lämpötila, nesteen ominaistilavuus, ja
virtausnopeus varioivat lämmitettävässä putken pätkässä. Voisi toivoa, että selvittää virtapiiri-
analogialla jos ollaan kiinnostuneita vain hyötysuhteesta ja sen arvioinnista mittauksin. Valite-
tavasti näin ei kuitenkaan ole. Virtapiirianalogia on kuitenkin hyvin hyödyllinen kun halutaan
ymmärtää miten paine käyttäytyy systeemissä.

Miten systeemiä pitäisi mallintaa? Ensin kysymyksiä ja yleisiä ideoita.

1. Mikä on systeemi, johon syötetään lämpöä? Ilmeisesti se olisi se alue putkea, jota lämmitetään.
Tässä on lämpötilaero koska lämpöä täytyy virrata sisään. Tästä Carnot antaa ylärajan
lämpötilaerosta putken pätkän ja lämmittävän systeemin välillä. Nyt ei kuitenkaan lämpötila
on vakio putken pätkää pitkin ja tässä tulee ensimmäinen ongelma siitä että Carnot perustuu
idelisaatioon. Voisi ajatella, että lämpötilaero keskilämpötila putken pätkälle.
2. Carnot on täysin riippumaton siitä mikä neste systeemissä virtaa. Se antaa vain tehon
ylärajan. Olisi luontevaa rakentaa konkreettisempi malli, joka edelleenkin ei riippuisi siitä
minkälainen neste siinä virtaa ja perustuisi mitattavissa oleviin suureisiin. Hydrodynamiikka
on luonteva lähtökohta.
3. Hydrodynaamisessa mallintamisessa pitäisi periaatteessa mallintaa esimerkiksi putken pätkä
niin, että johdetaan nesteen ominaistilavuuden, lämpötilan, paineen käyttäytyminen pitkin
putken pätkää tasa-painotilassa kun ulkoinen tehonsyöttö (lämpötilaero putken ja lämpölähteen

välillä) tunnetaan. Tässä mallissa tulevan mukaan tilanyhtälöt nesteelle. Kokoonpuristuvuus ja lämpölaajenemiskerroin erityisesti.

4. Voidaan tyytyä kuitenkin karkeampaan virtapiirimalliin, jossa systeemi jaetaan komponentteihin kuten piiriteoriassa: vastuksia, jännitelähteitä, virtalähteitä,... Nyt ne olisivat virtausvastuksia kuten roottorit ja lämmitetty putken pätkä, keinotekoisesti ylläpidettyjä paineroja, joita nyt ei ole mukana, virtausta ylläpitävä lämmitys-systeemi. Ohmin lakien yleistys on suoraviivainen.

Voidaan siis katsoa mitä tämä lähestymistapa tuottaa ja mitkä ovat sen rajoitukset jotta päästään parempaan kuvaan.

2.2 Fysikaalinen kuva voimakoneesta

Tarvitaan kuva siitä mitä voimakoneessa tapahtuu. Järjestyneen energian (työn) tuoton mekanismi voisi olla seuraava.

1. Kasvatetaan painetta lämmitetyllä putken pätkällä ja sitten palautetaan se alkuperäiseen arvoonsa takaisin roottorissa, jolloin syötetty paineen latautunut terminen energia muuttuu työksi jollain hyötysuhteella, jonka määrä se mitä roottorissa tapahtuu.
Energiaa menee myös viskositeetin voittamiseen. Tämä energia pienentää sitä energiaa joka saadaan nesteen termiseksi energiaksi paineena. Matala viskositeetti ts. pienet kitkahäviöt tarvitaan niin että paineen kasvatukseen menevät energia on suurempi kuin kitkahäviöiden peittämiseen menevä osuus. Tämä täytyy arvioida numeerisesti. Osoittautuu, että viskositeetin osuus on merkityksetön energian syötön kannalta. Lähes kaikki energia menee paineen kasvattamiseen.
2. Toinen askel liittyy roottoriin: paineeseen mennyttä energiaa ei saada kokonaan ulos järjestyneenä liikkeenä. Tästä tulee toinen hyötysuhteen pienempi. Hyötysuhde on tulo $\eta = \eta_1 \times \eta_2$. η_1 kertoo mikä osa paineeseen varastoidusta lämpöenergiasta saadaan ulos. Ideaalinen lämmönsiirto merkitsisi $\eta_1 = 1$. η_2 kertoo mikä osa tästä energiasta muuntuu työksi. Ongelma palautuu tämän parametrin arvioimiseen. Tätä askelta voitaisiin mallintaa Carnotin koneena.
3. Paineeseen menevä energia $\Delta p \sim \rho \Delta T$ dominoi nesteen järjestäytyneeseen liikkeeseen menevään energiaan $\Delta(\rho v^2)/2$ verrattuna jos nesteen virtausnopeus v on vaikkapa luokkaa 10 m/s. Tässä lienee ρ vakio hyvänä approksimaationa (kokoonpuristumaton virtaus) joten $\Delta(\rho v^2)/2 = \rho \Delta(v^2)/2$. Terminen nopeus $\sqrt{T/M}$, M massaon monta kertalukua suurempi huoneen lämpötilassa joten Δp näyttäisi dominoivan. Siis pätee

$$\Delta p \gg \Delta\left(\frac{\rho v^2}{2}\right) .$$

Myös viskositeetin kontribuutio stresitensoriin on mitätön verrattuna paineen osuuteen.

4. Tulos merkitsee sitä, että lämmönsyöttö toimii ideaalisena akkana. Lämpöenergia siirtyy paineeseen nesteen termiseksi energiaksi ja roottoreissa muuntuu kokonaan tai osin työksi. Houkutteleva ajatus on että vapaan energia muutos menee kokonaan työksi.

Tämä on tietysti approksimaatio. On tietysti muitakin vapausasteita, joihin lämmitysenergiaa katoaa. Esimerkiksi molekyylien rotaatio- ja värähtelyvapausasteet. Niihin energiaa ei pitäisi tuhlaata. Tässä nesteen valinta saattaa auttaa. Siis matala-viskoosinen neste, jolla rotaatio- ja värähtelyvapausasteet eivät niele paljon energiaa. Kriittisyyden alapuolella (ja sen yläpuolellakin ylikriittisyydessä, jos ei päästetä nestettä laajenemaan vapaasti, jolloin höyrystymistä ei tapahdu), viskositeetti olisi pieni.

Tämän hetkinen kuva olisi, että nestevirtaus toimii paineeseen talletetun vapaan energian siirtäjänä. Roottorissa osa saadusta vapaasta energiasta muuntuu työksi osittain - tai kokonaan kuten vapaan energian käsite rohkaisee ajattelemaan. Mukana on virtaava neste joka toimii energian siirtäjänä roottoriin. Prosessi on Carnot prosessin yleistys ja tähän energiaan siirtoon liittyy hyötysuhde, joka riippuu sekä roottorin ja virtaavan nesteen vuorovaikutuksesta että roottorin ja vastaanottavan systeemin välisestä kytkennästä.

2.3 Miten johtaa hyötysuhde?

Tehtävänä on johtaa arvio hyötysuhteelle η ja myös Carnotia vastaava yläraja hyötysuhteelle. Koska Carnot liittyy staattiseen tilanteeseen, jossa ei ole virtauksia eikä merkittäviä ämpötilan muutoksia, ei se sellaisenaan sovellu ja voi se antaa vain karkean arvion hyötysuhteen ylärajalle jos onnistutaan identifioimaan vastineet siinä esiintyville lämpötiloille. On esimerkiksi vaikea jakaa tarkastelua systeemiä kahteen osaan, jotka vastaisivat lämpökylpyä ja systeemiä.

Perusoivallus johon, johon laskeskelut lopulta johtivat on, että työ tehdään prosessissa jossa on edellä kuvatut kaksi askelta: vapaan energia siirto ja sen muuntaminen työksi roottorissa osittain tai kokonaan.

On korvattava Carnotin staattinen tilanne adiabaattiselle prosessilla, jossa alkutilan ja lopputilan lämpötilat (T_{in}, T_{out}) korvaavat systeemin ja lämpökyllyn lämpötilat (T_1, T_2) . Prosessi on nyt pienen nestevolumin eteneminen putkessa jolloin sen termodynaaminen tila muuttuu.

1. Ensimmäinen kysymys olisi mitä ovat systeemi ja lämpökylpy ja näihin liittyvät lämpötilat T_1 ja T_2 . Varmastikin roottori, jossa tehoa otetaan ulos olisi tarkastelevat systeemi. Adiabaattinen entropiaa kasvattamaton prosessi vastaa ideaaltilannetta jossa tehty työ on maksimaalinen.

Voisi ajatella että pienen nestetilavuuden läpikulku sen läpi olisi kyseinen prosessi. Sen tilaa karakterisoivat 3-muuttujaa n, p, T ja tilan yhtälö

$$F(n, p, T) = 0$$

joka määrittelee 2-pinnan S ko. 3:n muuttujan avaruudessa.

2. Carnotin hyötysuhde vastaa adiabaattista prosessia, jossa entropia S ei kasva: $S = \text{vakio}$. Adiabaattisuus-ehto plus tilayhtälö

$$F(n, p, T) = 0 \quad , \quad S = \text{vakio} = S_0$$

valitsevat 2-pinnalta käyrän L , jota pitkin nestetilavuus vaeltaa mennessään roottorin läpi. Käyrä toteuttaa yhtälön muotoa

$$n = n(T) \quad , \quad p = p(T)$$

n - p -tasossa. Käyrän alkupäissä ovat paineen arvot p_{in} ja p_{out} kiinnitetty. Tästä määräytyvät (n_{in}, T_{in}) samoin kuin (n_{out}, T_{out}) . Myös S_0 määräytyy alkuehdoista ja jokainen S_0 :n arvo määrää oman käyränsä.

3. Tilan yhtälöstä saadaan myös vapaan energian tiheydet f_{in} ja f_{out} ja kokonaisenergiat F_{in} ja F_{out} . Läpivirtaukseen kulunut aika olisi $t = L/v$, jos virtaus nopeus on vakio. Jos v ei ole vakio (n muuttuu) niin $t = \int dl/v(l)$ pitkin virtausviivaa. Työnä vapautunut maksimaalinen energia on siis $W = F_{out} - F_{in}$. Hyötysuhde olisi

$$\eta = \frac{W}{\Delta F_{in}} = \frac{W}{P_{in} t} \quad , \quad t = \int \frac{dl}{v(l)} \simeq \frac{L}{v} \quad .$$

Todellinen hyötysuhde olisi tämän alapuolella.

4. Konkreettinen malli saadaan kun oletetaan esimerkiksi van der Waalsin tilayhtälöä (<http://tinyurl.com/yaryx7mx>) käyttämällä. Osoittautuu, että tulos on eksplisiittisesti laskettavissa ja yllättävän yksinkertainen.

$$\eta = \frac{\Delta p_1}{\Delta p_H} \quad ,$$

missä Δp_H on lämmittämällä tuotettu paineen kasvu ja Δp_1 paineen pienentyminen roottorissa R_1 , joka tekee työtä. Lauseke voidaan myös kirjoittaa Carnotin kanssa analogiseen muotoon mutta nyt mukana esiintyvät lämpötila erot lämpötilojen sijasta. Tämä on sopu-soinnussa sen kanssa että tarkastellaan prosessia eikä stationaarista tilannetta.

Tässä kannattaa kuitenkin olla hyvin itsekriittinen. Termodynamiikan ymmärrykseni on hyvin rajallinen. Vapaata energiaa vapautetaan, mutta mikä osa siitä menee työksi? Onko kyseessä vain hyötysuhde, joka liittyy siihen miten energiaa siirretään nestevirtauksessa lämmitettävästä alueesta paineen sisältävänä lämpöenergiana roottoriin? Vai meneekö koko Δf työksi? Voisiko väittää että vapaan energian määritelmä $F = E - TS = PV$ itse asiassa vähentää energiasta sen osan, joka vastaa lämmöntuottoa: on todellakin kyseessä tehty työ kuten $F = PV$ rohkaisee ajattelemaan.

Jos lämmöksi jäävä osa jää virtaukseen niin voisi optimisesti väittää, että hyötysuhde on 1 tälle askelelle. Jos ei niin tulee lisäksi mukaan Carnotia vastaava hyötysuhde, jonka yläraja määräytyisi lämpötilaerosta roottorin ja vastaanottavan systeemin välillä.

3 Malli hydrodynaamisena virtapiirinä

Tässä mallissa eivät näy millään tavalla nesteen ominaisuudet muuten kuin virtausvastusten kautta. Pelkästään hydrodynamiikka idealisoituna virtapiirianalogiaa käyttäen. Mitattuja parametreja ovat virtausvastukset ja paine-erot. Kuten jo todettiin, tämä malli ei riitä hyötysuhteen arvioimiseen.

3.1 Piirimalli

Tarvitaan piiriteoreettinen malli roottorin ja nesteen vuorovaikutukselle.

1. Systeemin voisi mallintaa käyttäen virtapiirianalogiaa. Systeemissä on kolme yksikköä: putkenpätkä jota lämmitetään ja joka toimii akkuna, roottori R_1 josta otetaan tehoa ulos ja joka on ikäänkuin sisäinen vastus rinnan kuormaa esittävän vastuksen kanssa ja roottori R_2 josta ei oteta tehoa ulos ja joka toimii sisäisenä vastuksena. Lisäksi R_1 ja R_2 voidaan kytkeä akselilla yhteen niin, että ne pyörivät samalla nopeudella.
2. Tilavuusvirta $I_V = dV/dt \leftrightarrow I$ ja $\Delta P \leftrightarrow U$.
Hiukkasvirta $dN/dt = nSv$ säilyy. Säilyminen merkitsisi nestepartikkeleiden lukumäärän säilymistä. Vain jos nestettä alkaa kertyä johonkin paikkaan tai karkaa systeemistä, hiukkasvirta ei säily. Näin ei tapahdu. Jos virtaus on kokoonpuristumaton pätee $n = \text{vakio}$ ja tilavuusvirta $I_V = Sv$, säilyy ja v on vakio putkessa. Tämä approksimaatio voi olla hyvä lähtökohta.

Käsitellään ensin roottoreita R_1 ja R_2 ottamatta huomioon kytkentää. Jos se on mukana niin $R_1 + R_2$ toimii kuten yksi ainoa roottori.

1. Ulosmenevä teho roottorissa R_1 on

$$P_1 = UI \rightarrow I_V \Delta P \quad .$$

2. Mukana on myös roottori R_2 , jonka läpi neste virtaa. Siihen liittyy ΔP_2 ja pyörittämiseksi tehty työ $P_2 = I_V \Delta P_2$.

Vain osa P_1 :stä ja P_2 :sta menee työksi. Loput menee lämmöksi. $R_1 + R_2$:lle kytkettynä toisiinsa pätiisi

$$P_{12} = P_1 + P_2 = I_V(\Delta P_1 + \Delta P_2 = I_V \Delta P \quad ,$$

missä ΔP ulkoisen lämpösyötteen tuottama ja vastaa akkujännitettä.

3. Vastuksen analogia olisi virtausvastus. Virtausvastuksen tuottaisi viskositeetti ja pätiisi Ohmin lain analogia.

$$I_V = \frac{\Delta P}{R_V} \quad .$$

Virtausvastus esimerkiksi roottorin yli voidaan määrittää mittaamalla mikä paine-ero tarvitaan tuottamaan annettu tilavuusvirta nesteelle sen läpi.

4. Roottorin sisäinen virtausvastus

$$R_V = \frac{\Delta P}{I_V}$$

on mitattavissa mittaamalla ΔP annetulla tilavuusvirtaukselle I_V .

5. Mukana R_1 :ssä on myös ulkoinen kuorma. Ainakin muodollisesti voitaisiin ajatella, että ulos menevän tehon ottava systeemi on ikäänkuin ulkoinen vastus. P voidaan ainakin muodollisesti ilmaista myös muodossa

$$P = I_V^2 R_{tot} \quad , \quad R_{tot} = \frac{R_K R_{rot}}{R_K + R_{rot}} \quad .$$

R_{tot} vastaa kuormavastuksen ja virtaus vastusta rinnakkain. Kuormaan tulee mukaan roottorin pyöritys. Joka tapauksessa $\Delta P I_V$ tai ulos tuleva energia pitäisi pystyä mittaamaan.

Pitää pystyä arvioimaan mikä osa tästä energiasta menee työksi ja mikä lämmöksi. Roottori on analoginen Carnotin koneelle: paineeseen liittyvää termistä energiaa muuttuu osin työksi, osin lämmöksi. Tässä saattaa Carnotin laki antaa ylärajan. Onko lämpötilaero ulkoiseen laitteen ja putken välillä Carnotissa esiintyvä ΔT , jolloin saataisiin $\eta < \Delta T/T$?

Jos tilanne käsitellään virtapiirinä käyttäen Ohmin lakeja niin saadaan

1. $I_V = nSv$ on vakio. Jos virtaus on kokoonpuristumaton on Sv vakion joten $v = \text{vakio}$.
2. Kokonais-”jännite-ero” piirin yli on nolla:

$$\Delta P_1 + \Delta P_2 + \Delta P_{in} = 0 \quad .$$

Jos $\Delta P_2 = 0$ niin $\Delta P_1 = -\Delta P_{in}$. Kuumennus kasvattaa painetta ja roottori taas pienentää sen takaisin alkuperäiseen arvoonsa. Todellisuudessa myös ΔP_2 on mukana joten ΔP_1 ei ole suuruudeltaan maksimaalinen. Voidaan käsitellä R_1 ja R_2 yhtenä roottorina.

On rakennettava malli myös ”akulle”. Lämpösyöttö putkenpätkään antaa energiaa. Tämä vaatii yksinkertaisen hydrodynaamisen mallin putkessa olevalle virtaukselle. Lämpösyötettä voidaan akun analogiana, joka kasvattaa painetta. Paineen kasvu ΔP on analoginen akkujännitteeseen. ΔP voidaan arvioida laatimalla malli sille mitä hydrodynaamiselle virtaukselle lämmitetyssä putkessa tapahtuu. Mukana on myös viskositeetin aiheuttama energian menetys ja häviöt molekyylien värähtely- ja rotaatiovapausasteisiin. Viskositeetin osuus on mitätön ja voi sanoa, että ”akku” on ideaalinen. ”Akkuun” liittyy siis hyösuhte $\eta_1 \simeq 1$, joka kertoo mikä osa syötetystä lämpöenergiasta menee paineen kasvatuksen. Ongelma palautuu sen ymmärtämiseen mitä tapahtuu roottorissa, sen hyötysuhteen ymmärtämiseen koska neste toimii olennaisesta lämpöenergian siirtäjänä.

3.2 Viskositeetin tuottama virtausvastus

Parannettu versio mallille perustuisi hydrodynaamiseen malliin, jossa viskositeetin tuottama virtausvastus voidaan lausua putken geometrian ja viskositeetin avulla. Tämä osuus virtausvastuksesta osoittautui kuitenkin hyvin pieneksi. Roottori voidaan kuvata virtausvastuksena - ulkoisena kuormana ja tämä dominoi. Sisällytän kuitenkin tämän pohdinnan.

Mallissa virtaus olisi hyvänä approksimaatiota 1-dimensioiden sylinterivirtaus. Täytyy kuitenkin sallia virtausnopeuden ja paineen variaatio radiaalisuunnassa jos halutaan johtaa virtausvastus viskositeetista η nesteelle. Tämän jälkeen riittäisi vain mitata paine erot ΔP lämmitettävän putken osan ja roottorien läpi sekä lämmitysteho.

Viskositeetin tuottama virtausvastus R_V haluttaisiin siis johtaa. Piiriteoriassa tämä vastaisi sitä että lausutaan vastus komponentille geometrinen parametrien ja johtavuuden avulla. $R = \sigma S/L$, S poikkipinta-ala ja L pituus. Perusyhtälö olisi $j = \sigma E$ sähkövirralle josta $I = U/R$ seuraa.

Yksinkertainen malli stationaarisille virtaukselle putkessa on tilanne, jossa paine-gradientti kumoo viskositeetin aiheuttaman kitkavoiman antaa arvion virtausvastukselle viskositeetin avulla.

1. Navier-Stokes yhtälöt löytyvät netistä (https://en.wikipedia.org/wiki/NavierStokes_equations). Nyt tilanne on hyvin stationaarinen koska nopeus on sylinterin suuntainen ja riippuu vain radiaali-koordinaatista ρ . Paine riippuu sekä pitkittäisestä koordinaatista z , että koordinaatista ρ mutta riippuvuus on separoituvaa muoto $p = p_1(z)p_2(\rho)$
2. Ehto, että paine-gradientti kumoaa viskositeetin virtaukselle $v = v(\rho)$ ja painejakaumalle $p = p_1(z)p_2(\rho)$ on

$$\partial_z p = \eta(\partial_\rho^2 + \frac{1}{\rho}\partial_\rho)v \ .$$

3. Paine-gradientti on vakio putken suunnassa ja analogia vakiosähkö-kentälle. Saadaan

$$\frac{\Delta p(\rho)}{L} = \eta(\partial_\rho^2 + \frac{1}{\rho}\partial_\rho)v \ .$$

Tästä saadaan kertomalla molemmat puolet ρ :lla ja integroimalla $\rho = 0$:sta $\rho = R$, R putken säde, ja jakamalla R^2 :lls, jolloin saadaan paine-eron keskiarvo vasemmalle puolelle

Osittais-integroimalla nähdään että oikean puolen integraali on $\eta R \partial_\rho v(R)$

$$2 \frac{\int_0^R \Delta p(\rho) \rho d\rho}{R^2} \frac{1}{L} = \frac{\langle \Delta p \rangle}{L} \equiv \frac{\Delta P}{L} = 2\eta R \partial_\rho v(R) \ .$$

4. Yksinkertaisin ratkaisu jolle reunaehto $v(R) = 0$ on voimassa on

$$v(\rho) = v_{max}(1 - \frac{\rho}{R}) \ .$$

Tälle ratkaisulle saadaan $R \partial_\rho v(R) = v_{max}$ ja saadaan

$$\frac{\Delta P}{L} = \frac{2\eta}{R^2} v_{max} \ .$$

Tästä saadaan

$$I_V = S v_{max} = \frac{\Delta P}{R_V} \ , \quad R_V = \frac{2\eta L}{R^2 S} = \frac{2\rho \nu L}{R^2 S} \ .$$

Virtausvastus voidaan myös ilmaista putken sisältämän kokonaismassan avulla

$$R_V = \frac{2M}{\pi^2 R^6} \nu \ , \quad \rho = \frac{M}{SL} \ .$$

ν on kinemaattinen viskositeetti, joka on dimensioltaan pituus kertaa nopeus. Reynoldsin luku $Re = \nu/l$, missä L on jokin systeemiä karakterisoiva pituus-skaala, on dimensioltaan nopeus. Nyt kyseeseen tulee $l = L$ tai $l = R$. Ehkä luonnollisemmin $Re = \nu/R$. Tällöin saadaan

$$I_V = S v_{max} = \frac{\Delta P}{R_V} \ , \quad R_V = \frac{2\eta L}{R^2 S} = \frac{2\rho L}{R S} Re \ .$$

3.3 Malli lämmönsyötölle ("akulle")

Malli lämmönsyötölle on modifikaatio edellisestä mallista: lisätään ulkoinen energia-syöte putkivirtaukseen. Ensimmäinen tehtävä on arvioida mikä osuus syötetystä energiasta menee kitkan voittamiseen ja mikä paineen tuottamiseen.

Stressi-tensorissa viskositeetti vastaa termiä $T_{visc} = \eta \nabla v$, missä η on viskositeetti. Olennaisesti on kyseessä energiatiheys. Tämän termin suhde paineen muutokseen Δp , joka on olennaisesti termisen energian energian tiheys translaatio-vapausasteissa, antaa arvion sen tärkeydelle. Nyt tarkasteltavassa tapauksessa pätee

$$\Delta T_{z\rho} = \eta \partial_\rho v = \rho Re \times v_{max} \ , \quad Re = \frac{\nu}{R} \ .$$

Paineen muutos termi on kertalukua paine ja olennaisesta termisen energian tiheytenä kertalukua $\rho v_{th}^2/2$. Tästä saadaan viskositeettitermin ja paineen suhteelle r

$$r \sim \frac{Re \times v_{max}}{v_{th}^2} .$$

Vedelle kinemaattinen viskositeetti 20 Celcius asteess on noin 10^{-6} m²/s. Jos putken säde on $R = .3$ m, Reynoldsin luku on $Re = \nu/R = 10^{-5}$ m/s = $10^{-13}c$. Samassa lämpötilassa pätee $v_{th}^2 = (2/3)T/18m_p$. Terminen energia on $T \sim 3 \times 10^{-2}$ eV ja protonin massa on $m_p = 10^9$ eV. Saadaan $v_{th}^2 \sim 2 \times 10^{-12}c^2$. $v_{max} = 10^{-7}c$ antaisi suhteelle karkean arvio $r \sim 10^{-8}$ joten lämpö energia menisi erinomaisena approsimaatio paineen tuottamiseen.

Voi sanoa, että lämmönsyöttö toimii lähes ideaalisena akkana ja ongelma redusoituu yritykseen ymmärtää hyötysuhde η paineeseen liittyvän termisen energian muuntumiselle työksi. Tämä yksinkertaistaa tilanteen käsittelyä koska viskositeetti voidaan jättää huomiotta systeemin lämmityksessä

Voidaan yrittää ymmärtää yksityiskohtaisemmin mitä "akussa" tapahtuu.

1. Voi ajatella, että ulkoinen syöttöteho P_{in} korvautuu teholla per tilavuusyksikkö

$$P_{in} \rightarrow \frac{dP_{in}}{dV} .$$

Jos tehotiheys on sama koko putkella saadaan

$$\frac{dP_{in}}{dV} = \frac{P_{in}}{SL} .$$

Sylinteri-symmetrian perusteella on käytännöllisempää puhua tehosta per pituus-yksikkö

$$\frac{dP}{dx} = \frac{P_{in}}{L} .$$

2. On muunnettava tehon syöttö energiana per aikayksikkö energiaksi jonka nestehiukkanen saa kulkiessaan putken läpi. Hiukkanen käyttää tähän matkaan ajan $T = L/v$. Syötetty energia on

$$E = \frac{dP_{in}}{dV} VT = P_{in} \frac{L}{v} .$$

3. Esitetyn arvion perusteella voidaan viskositeetin rooli unohtaa energian syötössä. Ehto, että lämpösyöttö tuottaa paineen kasvun painejakaumalle $p = p_1(z)p_2(\rho)$ on

$$\partial_z p = \frac{P_{in}}{V} \frac{1}{v} .$$

Oikea puoli on räätälöity siten, että integroitaessa putkin pätkän yli (tämä vastaa aikaa $T = L/v$) se antaa syötetyn energia per tilavuusyksikkö.

4. Vakion paine-gradientti ts. paineen kasvu putkea pitkin (eikä pienemistä kuten ilman energiasyötettä) antaa

$$p_1(z) = p_{1,in} + \Delta p_1 z , \quad \Delta p_1 = p_{1,out} - p_{1,in} > 0 ,$$

Ottamalla keskiarvo radiaalikoordinaatin yli ja olettaen kokoonpuristumaton virtaus saadaan

$$\langle \Delta p \rangle \equiv \Delta P = \frac{P_{in}}{vS} = \frac{P_{in}}{LS} T , T = \frac{L}{v} .$$

Paineen kasvu on kääntäen verrannollinen virtausnopeuteen mikä on luonnollista koska putkessa vietetty aika on $T = L/v$.

4 Yritys rakentaa malli hyötysuhteelle van der Waalsin tilan yhtälöä käyttäen

Hyötysuhde määräytyy siitä mikä osa paineeksi syötetystä lämpöenergiasta kyetään ottamaan käyttöön roottorissa sekä siitä mikä osa tästä lämpöenergiasta voidaan muuntaa työksi. Prosessissa on 2 askelta.

1. Lämpöenergian siirto lämmistysalueesta roottoriin ja sen osittainen uuttaminen ulos. Siirtoon liittyvän hyötysuhteen määrää se mikä osa tuotetusta lisäpaineesta voidaan pienentää.
2. Tämän lämpöenergian muuntaminen työksi. Jos vapaa energia menee kokonaan työksi niin hyötysuhteen määrää paineen alenema suhteessa paineen kasvuun lämmitysyksikössä. Jos vain osa menee työksi, niin Carnotin lämpökone voisi toimia mallina ja relevantit lämpötilat olisivat vastaanottavan systeemin lämpötila ja roottorin lämpötila. Voisi väittää, että tämä kuva ei ole oikea koska lämmöksi menevä osuus jää virtaukseen.

Konkreettinen malli saadaan kun oletetaan esimerkiksi van der Waalsin tilayhtälöä käyttämällä (katso esim. Wikipedia artikkeli <http://tinyurl.com/yayjgehm>). Van der Waals on vain pedagoginen malli. Itse asiassa sekä termodynamiikka että tilastollinen fysiikka on vaikeuksissa kriittisessä alueessa jossa on mukana kahta faasia. Mallin soveltaminen kuitenkin auttoi tajuamaan ylläesitetyn prosessin jaon kahteen osaan.

4.1 Van der Waalsin tilan yhtälö

Summeerataan aluksi van der Waalsin tilan yhtälö lyhyesti. Muuttujat ovat (T, V) tai ekvivalentisti (T, n) , $n = N/V$, koska hiukkaslukumäärä N on vakioparametri. Luonnollinen termodynaaminen funktio on vapaa energia $F(T, n) = E - TS$ (termodynaamisista funktioista löytyy lyhyt lista osoitteessa <http://tinyurl.com/yb765vw7>).

1. Van der Waalsin tilan yhtälö on muotoa

$$P = \left(\frac{\partial F}{\partial V}\right)_T = \frac{n}{1-nb_1}T - a_1n^2 \quad .$$

Tässä $n = N/V$, missä N on hiukkaslukumääränä vakioparametri. ($b_1 = 0, a_1 = 0$) antaa ideaalikaasun tilan yhtälön.

Van der Waals on epätäydellinen kuvailu, sillä se antaa vain paineen $p(n, T)$ hiukkas-
tiheyden funktiona, mutta ei entropiaa S . Teknisemmin: pitäisi tuntea vapaa energia $F(T, V)$:
paineelle pätee $p = (\partial F / \partial V)_T$ ja $S = (\partial F / \partial T)_V$.

Tarvittaisiin myös

$$S = \left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_V \quad ,$$

jotta $dF = SdT - pdV$ voitaisiin integroida. Tarvitaan informaatiota entropiasta, joka ei sisälly van der Waalsiin. Jollain tavalla sisään pitää syöttää tämä informaatio.

2. Sekä energian että entropian lausekkeet voidaan kiinnittää olettamalla, että energia E on homogeeninen funktion (S, T, P, V) :n suhteen ($dE = TdS - PdV$):

$$E = TS - PV \quad .$$

Tämä on lisäoletus, joka voi olla vääräkin (oletusta on pohdittu Naparin ja Vehkamäen (entinen oppilaani!) kirjoittamassa termodynamiikan kurssikirjassa "Termofysiikan perusteet" <http://tinyurl.com/y8gd9r5l>).

- (a) Tällöin saataisiin vapaalle energialle per partikkeli

$$f = \frac{F}{N} = \frac{E - TS}{N} = \frac{PV}{N} = \frac{P}{n}$$

Van der Waalsille saadaan käyttämällä ylläolevaa paineen kaavaa:

$$f = \frac{P}{n} = \frac{T}{1-nb_1} - a_1n \quad .$$

- (b) Entropialle per partikkeli saadaan

$$s = \frac{S}{N} = \frac{(\frac{\partial p}{\partial T})_V}{n} = \frac{1}{1-nb_1} \quad .$$

$s = S/N$ ei siis riipu lämpötilasta lainkaan.

- (c) Yksihiukkasenergialle
- $e = E/N$
- saadaan

$$e = \frac{TS - PV}{N} = a_1n \quad .$$

Myös e riippuu vain n :stä.

Van der Waals todellakin sallii 2 faasia. Tilan yhtälö paineelle voidaan kirjoittaa häviämisehtona 3:nneen asteen polynomille $P_3(n, T)$ n :n funktiona:

$$P_3(n, t) = \sum_{k=0}^3 p_k n^k = 0 \quad p_3 = 1 \quad , \quad p_2 = -\frac{1}{b_1} \quad , \quad p_1 = \frac{P}{a_1 b_1} + \frac{T}{a_1 b_1} \quad , \quad p_0 = -\frac{P}{a_1 b_1} \quad .$$

Yhtälön realijuurien määrä on pariton. Kriittisessä alueessa, joka vastaa cusp catastrofia on kolme reaali-juuria n_{max}, n_0, n_{min} . Suurin juuri n_{max} ja pienin juuri n_{min} vastaavat nestettä ja kaasua, keskimäinen juuri on epästabiili eikä sille ole fysikaalista identifikaatiota.

Cuspin projektio (p, T) tasoon on kaarevan V:n muotoinen. Kärki vastaa kriittistä pistettä V:n sivuilla tapahtuu faasitransitio kriittiseen alueeseen. Kärjen yläpuolella ei voi sanoa, onko kyse nesteestä vai kaasusta. V:n toisesta sivusta ulospäin on yksi reaalijuuri n_G , joka vastaa kaasufaasia ja toisesta sivusta ulospäin samoin reaalijuuri n_L vastaten nestefaasia ($n_L > n_G$) on suurempi kuin kaasufaasissa). Ylläolevassa yhtälössä e :lle täytyy valita suurempi yksinkertainen juuri n_L .

4.2 Van der Waalsin ongelmat

Van der Waalsiin liittyy ongelmia joista ei päästä eroon myöskään tilastollisen mekaniikan kuvailussa.

1. Van der Waals sallii kaasufaasin lisäksi nestefaasiin, mutta malli toimii kuitenkin huonosti. Reaalimaailmassa (n, p, T) avaruuden 2-D pinnalla kriittisessä alueessa, jossa neste ja kaasu ovat mahdollisia, p on riippumaton V :stä kun T on vakio: $p(V, T) = p(T)$ - toisin kuin van der Waals ennustaa. Tulkinta on, että olemmat faasit ovat läsnä ja vain niiden osuudet vaihtelevat kun V muuttuu. $p(V, T) = p(T)$ ehto sanoo, että nesteelle ja kaasulle ovat paineet samat kriittisyydessä. Tämä tulkittavissa tasapaino-ehtona.
2. Jo Maxwell esitti modifikaation van der Waalsille: pinta-alasääntö kertoo miten van der Waalsin ennustama vakio- T käyrä, joka yhdistää kahta faasia korvataan suoralla, jolle p on vakio. Van der Waalsin käyrän määräämä pinta-ala on sama kuin suoran määräämä.
 ”Vipusääntö” (<http://tinyurl.com/ybuq7aye>) kertoo kuinka faasien osuudet. Tarkastellaan kahta faasia α ja β . Faasit sisältävät kahta elementtiä (kuten termi kuuluu) A ja B ja vipusääntö perustuu elementin B osuuteen puhtaissa faaseissa ja komposiitissa. Olkoon B:n osuus faasissa α a , faasissa β b sekä sekoituksessa c . Vipusääntö

$$X_\alpha = \frac{c - b}{a - b}$$

seuraa trivaalisti siitä, että sekoitusfaasissa on $c = X_\alpha a + (1 - X_\alpha)b = X_\alpha(a - b) + b$.

Mitä A ja B olisivat esimerkiksi veden tapauksessa jos vesimolekyyli on peryksikkö, ei ole itselleni kuitenkaan selvää. Onko vesimolekyyliellä kaksi erilaista tilaa A ja B vai onko mukana jotain muutakin kuin vesimolekyyli? Toimivat mallit ovat numeerisia koska analyttiset mallit eivät voi selittää vipusääntöä ilman ad hoc modifikaatioita.

TGD-tulkinta voisi olla seuraava.

1. Nestefaasissa molekyylejä yhdistäisivät vuoputket ja syntyisi yhtenäisiä vuoputkiverkostoja. Kriittisessä alueessa on alueita, joissa molekyylit ovat joko verkostoituneet tai eivät ja tilavuus riippuu siitä mikä on näiden alueiden tilavuuksien suhde. Suuri määrä verkostoituneita molekyylejä antaa pienemmän tilavuuden. Paine on kuitenkin sama molemmissa alueissa, koska on kyseessä tasapainotila. Verkostoitumisen aste olisi se mikä erottaisi kahta faasia toisistaan.
2. Mitä olisivat vastineet elementeille A ja B? Vastaisivatko elementit A ja B molekyylejä ja vuoputkia. Tällöin vuoputkien osuus erottelisi faaseja toisistaan kriittisyydessään. Vuoputkien osuus voi vaihdella kriittisyydessä ja niitä on kaasufaasissakin, ellei päde $b = 0$, jolloin a :n pitäisi kuitenkin varioida. Puhtaassa kaasufaasissa niitä ei ole mukana lainkaan. Nestefaasissa kriittisyyden ulkopuolella a olisi maksimi-arvossaan. Kriittisyys vastaisi siis nestefaasille sitä että nestemäisyysaste varioisi.

Entä tulkintaongelma, joka koituu siitä että neste- ja kaasufaaseja ei voi erottaa toisistaan cuspin V:n kärjen alapuolella? Olisiko niin, että kummallekin faasille B:n osuudet a ja b V:n kärjen alapuolellakin riippuvat tilasta ja että kierrettäessä V:n kärjen ympäri toiselle puolelle osuus b muuttuu jatkuvalla tavalla osuudeksi a ja samoin faasit.

Näyttäisi, että kun the vuoputkien määrä per nestepartikkeli on kriittisen arvon yläpuolella, transitio nestefaasiin tapahtuu ja tiheys pienenee nesteen tiheyteen. V:n kärjen alapuolella ja vasemmalle V:stä, tämä faasitransitio ei tapahdu. Oikealla V:stä se tapahtuisi. Kriittisen alueen sisällä on alueita, joissa se tapahtuu ja alueita joissa näin ei käy. tapahdu.

Näyttäisi siis, että vuoputkikäsitys selittäisi vipusäännön, joka toimii mutta jota ei voida ymmärtää tavallisessa termodynamiikassa ja tilastollisessa fysiikassa.

4.3 Arvio hyötysuhteelle van der Waalsista

Seuraavaksi voidaan arvioida hyötysuhdetta, jossa adiabaattisuusehdosta seuraa yläraja.

1. Näillä tiedoilla voidaan lausua adiabaattisuusehto $S = S_0$:

$$\frac{1}{1-nb_1} = S_0 \quad .$$

Hiukkastiheys n on siis vakio kuten kokoonpuristumattomalle virtaukselle, joten myös energia e on vakio pitkin virtaviivaa: $\Delta e = 0$.

2. Vapaan energia muutos on se, mikä vastaa systeemistä työnä saatavaa energiaa (kuten nimittäin ilmaisee). Saadaan

$$\Delta f = \frac{\Delta T}{1-nb_1} - a_1 n \quad ,$$

$$\Delta p = \frac{n\Delta T}{1-nb_1} - a_1 n^2 = n\Delta f \quad .$$

Paineen muutos on siis nollasta poikkeava kuten pitääkin. Lämpötilan muutos ΔT pitkin käyrää määrää systeemistä saatavan maksimaalisen energian per hiukkanen.

3. Hyötysuhteelle saadaan

$$\eta = \frac{N\Delta f}{P_{in}} \frac{v}{L} = \frac{N}{n} \frac{\Delta p}{P_{in}} \frac{v}{L} = N \frac{(\frac{\Delta T}{1-nb_1} - a_1 n)}{P_{in}} \frac{v}{L} \quad .$$

Hyötysuhde menee nollaan, kun v menee nollaan (nestepartikkeli viettää hyvin pitkän ajan lämmityspotkussa ja siis myös roottorissa). Virtausnopeuden pitäisi siis olla mahdollisimman suuri ja putken pätjän pituuden mahdollisimman pieni mikä vaatii suurta tehoa per pituusyksikkö.

a_1 ja b_1 ovat aineparametreja ja ne spesifioimalla voidaan johtaa hyötysuhde. Jotta saataisiin riittävän suuri hyötysuhde on kyettävä saamaan suuri arvo ΔT :lle. ΔT määräytyy lämmönsyötöstä joka tuottaa Δp_H :n. Aiemmasta kaavasta saadaan paineen kasvulle Δp_H lämmityspotkussa

$$\Delta p_H = \frac{P_{in}}{vS} = \frac{P_{in}}{LS} t, t = \frac{L}{v}.$$

4. Jos paineen lasku roottorissa on maksimaalinen ts. $\Delta p = \Delta p_H$ niin hyötysuhde on $\eta = 1!$ Ilmeisesti siis lasku on virheetön.
5. Todellisuudessa paineen lasku ei ole maksimaalinen ja pätee

$$\Delta p = \epsilon \Delta p_H, \quad \epsilon < 1.$$

Tällöin saadaan hyötysuhteeksi

$$\eta = \epsilon = \frac{\Delta p}{\Delta p_H} = \frac{\frac{n\Delta T}{1-nb_1}}{\Delta p_H}.$$

Koska ollaan nestefaasissa täytyy n :n arvoksi sijoittaa suurempi yksinkertaisista juurista paineen antamalle 3:n asteen polynomin häviämisehdolle. Hyötysuhteen määrää se kuinka täydellisesti paineen voidaan palauttaa roottorissa arvoon mikä sillä on ennen lämmityksyksikköä. Paineen muutos roottorin ja lämmitys-yksikön välillä pienentää hyötysuhdetta ja pitäisi minimoida.

Huom: Mikä vaikutus on roottorien kytkennällä.

Huom: Muuttuko osa roottorista siirretystä vapaasta energiasta lämpöenergiaksi vai meneekö se kokonaan työkseen?

Carnotin vastine olisi se, että vain osa tuotetusta paineesta (ts. nesteen termisestä energiasta, joksi sisäänsyötetty terminen energia muunnetaan) voidaan työkseen. Valitettavasti malli ei kerro mitään siitä mikä parametrin ϵ arvo on.

6. Arvaus Carnotin $\eta \leq \Delta T/T_1$ yleistykseksi voisi olla seuraava. Koska Δp häviää koko syklin yli voidaan η lausua myös seuraavasti:

$$\eta = \frac{\Delta p_H - \Delta p_2}{\Delta p_H}.$$

Tässä Δp_2 on paine-ero R_1 :n ja lämmitys-systeemin alapään välillä. Lämpötilan lämpökylvyllä korvaa Δp_H ja ΔT :n korvaa erotus $\Delta p_H - \Delta p_2$. Jos virtaus on kokoonpuristumaton niin Δp :t ovat verrannollisia ΔT :n ja saadaan

$$\eta = \frac{\Delta T_H - \Delta T_2}{\Delta T_H}.$$

Se, että lämpötilat korvautuisivat niiden muutoksilla seuraa siitä, että tarkastellaan prosessia eikä stationaarista tilannetta. Tämä sopii myös nolla-energia-ontologian henkeen.

7. Miksi sitten olisi $\Delta p_R < \Delta p_H$? Perushavainto on, että on vietettävä roottorissa tietty minimi-aika Δt_{min} , jotta $\Delta p_R = \Delta p_H$ saavutetaan. Jos roottorin dimension on pitkittäissuunnassa pienempi kuin lämmitettävän putken-osan pituus, tätä päämäärää ei saavuteta jos virtausnopeus on sama. Δt_R riippuu kuitenkin virtausnopeudesta roottorin sisällä. Muutamia huomioita.

- (a) Aikaa Δt_R voidaan pidentää, jos putkea paksunnetaan ennen roottoria, koska hiukkasvirta nSv säilyy ja poikkipinta-alan kasvattaminen pienentää nopeutta v .

- (b) Hidastumista voisi aiheuttaa myös roottorin pyörimiseen liittyvä kitka. Pyörimiseen menisi osa virtauksen energiasta ja nesteen liike hidastuisi, tulisi "ruuhka". Tällöin pienen neste-alueen kuluttama aika Δt_R sen kulkiessa roottorin läpi kuitenkin kasvaisi ja Δp_R voisi kasvaa. Tämä siis parantaisi hyötysuhdetta.
- (c) Osa energiasta menisi roottorin pyörimiseen liittyvään kitkaan. Koska on kyse jonkinlaisesta dissipaatiosta: voisi ehkä ajatella kavitaatiota, jolloin syntyy kuplia ja keskimääräinen n pienenee. Tämä merkitsisi nopeuden kasvamista ja roottorissa vietetty aika Δt_R toteuttaisi $\Delta t_R < \Delta t_{min}$ eikä saavutettaisi maksimaalista arvoa Δp_R :lle. Saataisiin $\Delta p_R = \epsilon_1 \Delta p_H$, $t_R = \epsilon_2 \Delta t_{min}$ ja $\eta = \epsilon = \epsilon_1 \epsilon_2$. ϵ määräytyisi roottorin ja nesteen vuorovaikutuksen detaljeista.

Malli tietysti heijastaa vain omaa hataraa ymmärrystäni tarkastellusta systeemistä ja hydrotermodynamiikasta. Koska on kyseessä uudenlainen tapa tuottaa energiaa, on yritettävä löytää kaikki mahdolliset vasta-argumentit sekä ideaa ja vieläkin tärkeämpää, mallia kohtaan!

1. Jos edellä esitetty kuva on suurin piirtein oikea niin paineeseen varastoitua termistä energiaa vapautuu energiaa - muutetaan työksi.
2. Optimisti arvelisi, että kaikki paineen pienenemisessä vapautuva vapaa energia Δf menee työksi. Yksinkertaisin kuva olisi, että paineen pieneneminen on todellakin pienempi kuin ideaalitapauksessa, mikä antaa ideaalisen hyötysuhteen 1 jos roottorissa vietetty aika on tarpeeksi pitkä). Lämmöksi menevä osa vastasi jäljelle jäävää vapaata energiaa.
3. Pessimisti taas väittäisi, että vain osaa vapaasta energiasta Δf menee työksi. Tuleeko tästä hyötysuhteeseen lisää standardi tekijä $\eta < \Delta T / T_{rot}$, missä ΔT on lämpötilojen erotus roottorille ja vastaanottavalle systeemille? Jos näin on niin, virtaus-systeemi toimisi vain lämpöenergian siirtäjänä varsinaiseen kohteeseen ja siirtoon liittyvät tappiot huonontaisivat hyötysuhdetta η , jonka voi mallintaa Carnotin koneena.

5 Nesteen kierrätyksen huomioon ottaminen

Keskustelussa Sampan kanssa tajusin, että ylläoleva lähestymistapa on sinänsä oikea mutta keskittyy vain hyötysuhteeseen joka kuvaa sitä mitä tapahtuu jos neste menee roottorin läpi vain keran. Neste kuitenkin palaa takaisin. Mukana ovat lämmönvaihtimet jotka keräävät roottorin läpi päässeeseen lämmön ja palauttavat sen uudestaan. Tämä parantaa hyötysuhdetta koska samasta sisääntuleva lämpöpaketti menee roottorin läpi monta kertaa - äärettömän monta kertaa rajalla jolla systeemi on toiminassa äärettömän kauna..

Jonkinlaisen kuvan siitä mitä tapahtuu voi saada seuraavasti. Ajatellaan että systeemiin syötetään lämpöä Q . Se alkaa kierrä.

1. Ensimmäisellä kierroksella roottori ottaa siitä osuuden $W_1 = \eta Q$ ja jäljelle jää $Q_1 = (1 - \eta)Q$. Matkalla tapahtuu myös lämpö-energian menetystä. Lämmönvaihtimien hyötysuhde ei ole ideaalinen, lämpöä johtuu ulkomaailmaan, tulee säteilytappioita, nesteen kitkakin syö energiaa. Jäljelle jääneestä lämpöenergiasta Q_1 menetään xQ_1 tällä tavalla: parametri x on kuitenkin pieni.
2. Kierroksen jälkeen roottoriin palaava lämpöenergia on

$$Q_{1,t} = (1 - x)Q_1 = (1 - x)(1 - \eta)Q \equiv kQ ,$$

missä

$$k = (1 - x)(1 - \eta) .$$

kertoo mikä osuus lämmöstä kaikkiaan menetetään roottorissa ja sen jälkeen lämpötappioina. k on kätevä parametri ja kuvaa koko laitteen.

Tästä saadaan työtä $W_2 = \eta Q_{1,t} = \eta(1 - x)(1 - \eta)Q = \eta kQ$. Jäljelle jää lämpöenergia on $Q_2 = (1 - \eta)Q_{1,t} = (1 - \eta)(1 - x)(1 - \eta)Q$. Seuraavalla kierroksella tulee roottoriin $Q_{2,t} = (1 - x)Q_2 = (1 - x)^2(1 - \eta)^2Q = k^2Q$.

3. Jatko menee samaan tapaan. n :nnellä kierroksella saadaan ulos työ $W_n = \eta k^{n-1}$.
4. Kaikkiaan saadaan ulos työtä summa $W = W_1 + W_2 + W_3 + \dots$ eli

$$W = \eta(1 + k + k^2 + k^3 + \dots)Q = \frac{\eta}{1-k}Q.$$

Tästä kokonais-hyötysuhde on

$$\eta_{tot} = \frac{W}{Q} = \frac{\eta}{1-k} = \frac{1}{1-(1-\eta)(1-x)} = \frac{1}{1+x\frac{1-\eta}{\eta}}. \quad (5.1)$$

Jos matkalla ei ole häviöitä (ideaaliset lämmönvaihtimet, jne...) niin pätee $x = 0$ ja hyötysuhde on $\eta_{tot} = 1$. Jos $x = 1$, eli takaisin ei tule kierroksen jälkeen lämpöä lainkaan, niin hyötysuhde on $\eta_{tot} = \eta$ eli se mitä saataisiin jos neste ei palaisi takaisin lainkaan. Jos x on paljon pienempi kuin η

$$x \ll \eta,$$

niin hyötysuhteeksi saadaan hyvänä approksimaationa

$$\eta_{tot} \simeq 1 - x \frac{1-\eta}{\eta}$$

Joka on lähellä ykköstä.

Kaiken kaikkiaan: on kyseessä Carnotin kone jossa on mukana kierrätys. Se parantaa hyötysuhdetta jolle tulee kuitenkin raja lämmönmenetyksestä jokaisen kierroksen aikana. Tämä mallin on tietysti yksinkertaistus mutta se saattaa olla hyvä approksimaatio tilanteessa jossa lämpöä syötetään jatkuvasti koska voidaan ajatella, että se koostuu peräkkäistä paketeista jotka jäävät kiertämään.

Arvion η :lle saisi ehkä seuraavasti.

1. Roottoriin tehty työ per aikayksikkö on voima F kertaa virtausnopeus v ($dW/dt = Fv$) ja voima on $F = \Delta p S$:

$$P = \frac{dW}{dt} = \Delta p \times Sv = \Delta p \times \frac{dV}{dt}.$$

Tässä dV/dt on tilavuusvirtaus, jonka voinet arvioida. Hyötysuhde η olisi

$$\eta = \frac{P}{P_{in}} = \Delta p \frac{dV/dt}{P_{in}}.$$

Pitäisi tietää paine-ero Δp , tilavuusvirtaus $\frac{dV}{dt}$ ja sisään syötetty lämpöteho P_{in} . η :n pitäisi olla vähintään samaa luokkaa kuin parametri x .

5.1 Alustavia arvioita tehoille P_{in} ja P_{rot} , Δp ja η

Jos tunnetaan η niin voidaan arvioida η_{tot} .

1. Jos tilanne kuvataan virtapiirianalogiaa käyttäen niin työksi menevä teho voidaan lausua muodossa

$$P_{rot} = \frac{dV}{dt} \times \Delta p = \frac{\Delta p^2}{R},$$

missä R on roottorin virtausvastus: johdin sille arvion putkessa virtaavalle nesteelle mutta tämä ei riitä roottorin tapauksessa koska ainoa häviö tulee kitkasta.

Uskallan arvata että tällainen parametri voisi luonnehtia roottoria ja ettkä arvo R :lle löytyy taulukoista.

Tarvitsisi tietää *vain* Δp ja sille voi tehdä kertalukuarvio. Ainakin se on pienempi kuin p .

2. Jos tunnetaan lämpökapasiteetti C voidaan arvioida sisään syötetty energia P_{in}

$$\Delta E = C \Delta T \quad .$$

Lämmitetyn putkenosan läpi virtaavan neste kuluttua tähän ajan $\tau = L/v$, L lämmitetyn osan pituus ja v virtausnopeus. Tässä ajassa neste-elementti saa yllä olevan energian ja lämpenee ΔT :n verran (esimerkiksi 80 K). Tästä saadaan

$$P_{in} = \frac{C \Delta T}{\tau} = \frac{C \Delta T}{L} \times v \quad .$$

3. Tästä saataisiin

$$\eta = \frac{P_{rot}}{P_{in}} \quad ,$$

ja

$$\eta_{tot} = \frac{1}{[1 + \frac{x(1-\eta)}{\eta}]} \quad .$$

x olisi osuus lämmöstä, joka menee kierroksen aikana hukkaan. Muutamia prosentteja oman arviosi mukaan. η :n pitäisi olla muutamia prosentteja.

Δp :lle roottorissa voisi saada ainakin kertalukuarvio seuraavasti.

1. Johdetaan ΔV lämpölaajenemimesta.

$$\Delta V = \alpha \times V \Delta T \quad ,$$

missä α

$$\alpha = \frac{1}{V} \times \frac{\partial V}{\partial T} \quad .$$

on lämpölaajenemiskerroin.

2. Johdetaan tästä Δp ΔT :n avulla käyttäen bulk modusta:

$$\Delta p = \frac{\partial p}{\partial V} \Delta V = -K \frac{\Delta V}{V} \quad .$$

Tässä $K = -V(\partial p / \partial V)$ on bulk modulus. Dimensioltaan siis paine.

Bulk modulus pitäisi maksimoida koska tehty työ on verrannollinen Δp :hen ja siis K :n.

3. Katsoin bulk modulukselle tyypillistä arvoa Wikipediasta. Arvo

$$K = 2.1 \times 10^9 \text{ Pa}$$

tarttui hyppysiin. Pätee esimerkiksi vedelle ja ilmeisesti öljyille myös kertalukuna ainakin.

Tehdään Δp :lle arvio antamillasi tiedoilla.

1. $V = 100 \text{ l}$ ja $\Delta V \sim 9 \text{ l}$ oman arviosi mukaan eli $\Delta V/V \sim .1$. Pitäisi tulla $\Delta p = 200 \text{ bar} = 2 \times 10^7 \text{ Pa}$.

$\Delta T = .01 \text{ C}$ on oma arviosi myös. Kokeillaan sitä.

Oletetaan arviosi paineelle: $p = 201 \text{ bar} = 2.01 \times 10^7 \text{ Pa}$.

2. Kun tästä laittaa luvut sisään saa

$\Delta p = 2 \text{ bar}$. Todellisuudessa olisi $\Delta p = 200 \text{ bar}$. Oltava $\Delta T \sim 1 \text{ C}$, jos tämä halutaan.

Tämä arvio ei ole aivan oikea niinkuin selviää. Paine riippuu tilanyhtälöiden kautta sekä T :stä että V :stä: $p = p(T, V)$ ja (T, V) -tason käyrällä, jota pitkin neste-elementti liikkuu roottorissa, täytyy ottaa mukaan myös suora osuus $\Delta p = \partial p / \partial T T$:n muutoksesta. Osoittautuu, että arvio sille on samaa kertalukua, mutta pienempi kuin ylläesitetty arvio osuudelle joka tulee V :n muutoksesta, ΔV , jonka indusoi ΔT .

5.2 Yritys arvioida hyötysuhdetta η

Kaava roottori tekemän työn teholle olettaen suora putki

$$P_{rot} = \frac{dV}{dt} \times \Delta p = Sv \times \Delta p \text{ .}$$

S poikki-pinta-ala ja v virtaus nopeus.

5.2.1 Arvio Δp :lle

Perustehtävänä on arvioida Δp . Tästä päästään hyötysuhteeseen.

1. Tilanyhtälö

$$p = p(T, V)$$

määrittelee 2-ulotteisen pinnan 3-ulotteisessa (p, V, T) -avaruudessa. Tämä geometrinen kuva on hyödyllinen kun yrittää ymmärtää mitä tapahtuu.

2. Hyötysuhteen η arvioinnissa täytyy spesifioida tarkkaan mitä tapahtuu kun pieni nestealue menee roottorin läpi. Sitä ei oikeastaan tarkkaan tiedetä, mutta yläraja hyötysuhteelle saadaan kun oletetaan adiabaattisuus ts. entropia ei kasva. Tämä tapaus vastaa Carnotin kaavan antamaa ylärajaa.
3. Kirjoitetaan ensin Δp yleiselle muutokselle $(T, V) \rightarrow (T + \Delta T, V + \Delta V)$.

$$\Delta p = \left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_T \Delta V + \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \Delta T \text{ .}$$

4. Rajoitutaan sitten adiabaattiseen prosessiin ($S = \text{vakio}$), jota vastaa käyrä (V, T) -tasossa jolle voidaan lausua $V = V(T)$.

$$\Delta p = \Delta p_1 + \Delta p_2 = \left[\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_T \left(\frac{dV}{dT}\right)_S + \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V\right] \Delta T \text{ .}$$

5. Δp :n ensimmäinen termi voidaan kirjoittaa muotoon

$$\Delta p_1 = V \left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_T \times \frac{1}{V} \left(\frac{dV}{dT}\right)_S \Delta T = K \alpha_S \Delta T \text{ .}$$

Tässä K on bulk modulus ja α_S on adiabaattinen lämpölaajenemiskerroin. Toinen termi voidaan taas kirjoittaa muotoon. Näiden määritelmät voi poimia kaavasta.

Arviot tälle termille viittaavat siihen, että sen osuus ei ole riittävän iso, ellei vaadita tiittävävän isoa ΔT_{rot} . Vaaditut arvot näyttävät epärealistisen suurilta (muutama aste). Tässä kannattaa olla hyvin varovainen.

6. Δp :n ensimmäinen termi voidaan kirjoittaa muotoon

$$\Delta p_2 = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \Delta T \quad .$$

Tiedetään, että esimerkiksi vesi lämpenee hyvin vähän kasvatettaessa painetta ainakin joissain tilanteissa (vesileikkuri Sampan mainitsemana esimerkkinä). Kääntäen, paine kasvaa hyvin vahvasti kun kasvatetaan lämpötilaa. Tämä antaa ainakin toiveita, että saadaan riittävän iso Δp_2 varsin pienellä arvolla ΔT_{rot} :lle.

5.2.2 Hyötysuhteen kaava

Johdetaan ensin hyötysuhteen kaava yleisessä tapauksessa.

1. Sisään syötetty teho on aiemman arvion perusteella

$$P_{in} = C \times \Delta T_{in} \frac{v}{L} \quad .$$

C on lämpökapasiteetti, v virtausnopeus, ja L putken pätkän pituus.

2. Roottorin hyötysuhde yhdelle kierrokselle on kahden termin summa:

$$\eta = \eta_1 + \eta_2 \quad ,$$

$$\eta_1 = Sv \frac{\Delta p_1}{P_{in}} \quad ,$$

$$\eta_2 = Sv \frac{\Delta p_2}{P_{in}} \quad .$$

5.2.3 η_1 :n arviointi

Katsotaan ensin η_1 :n arviointia.

1. Δp_1 voidaan arvioida

$$\Delta p_1 = K\alpha_S \times \Delta T_{rot}.$$

K on bulk modulus ja α lämpölaajenmiskerroin.

2. Tästä hyötysuhde η_1 yhdelle kierrokselle on

$$\eta_1 = \frac{K\alpha}{c} \times \frac{\Delta T_{rot}}{\Delta T_{in}}$$

Virtausnopeus v katoaa kaavasta kokonaan kuten myös tilavuus V ! Putkenpätkän ainevakiot ja termodynamiikka separoituvat siististi kahden termin tuloksi. $K\alpha/C$ on ainevakioiden yhdistelmä. $\Delta T_{rot}/\Delta T_{in}$ vastaa termodynamiikkaa. ΔT_{in} on lämpötilan muutos lämmitettäessä. ΔT_{rot} on lämpötilan lasku roottorissa. Tämä pitäisi pystyä johtamaan teoreettisesti mutta se edellyttää mallia roottorille.

On huomattava, että lämpötilan muutosten suhde tulee mukaan. Joskus aiemmin johdin kaavan jossa paineen muutosten suhde esiintyi. ΔT_{rot} siis pitäisi tietää.

5.2.4 η_2 :n arviointi

Katsotaan sitten η_2 :sta.

1. Δp_2 voidaan arvioida

$$\Delta p_2 = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \Delta T \equiv M \Delta T.$$

M :n nimitystä ja virallista merkintää en tiedä.

2. Pikku laskulla saadaan tästä hyötysuhde η_2 yhdelle kierrokselle on

$$\eta_2 = \frac{M}{c} \times \frac{\Delta T_{rot}}{\Delta T_{in}}$$

3. Van der Waalsin on kohtalainen mallin myös nesteelle ja sekina antaa toivoa siitä, että η_2 saattaisi olla paljon isompi kuin η_1 . Van der Waalsin tilanyhtälö on muotoa

$$P = \frac{nT}{1 - \frac{n}{n_0}} + p_0 \quad .$$

Kun $n_0 = \infty$ ja $p_0 = 0$ saadaan ideaalikaasun tilanyhtälö. Voi ajatella että n_0 on kriittinen lukumäärätiheys molekyyleille jossa paine menee äärettömäksi ellei lämpötila ole $T = 0$. $n = N/V$, missä N on kokonaislukumäärä partikkeleille joka on vakio. n ja V ovat vaihtoehtoisia muuttujia.

Tästä saadaan kertoimelle M :

$$M = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_n = \frac{n}{1 - \frac{n}{n_0}} \quad .$$

Kun lukumäärätiheys n on riittävän lähellä n_0 on M hyvin iso ja η_2 on suuri.

4. η voidaan kirjoittaa muodossa

$$\eta = \eta_1 + \eta_2 = \frac{K\alpha_S + M}{c} \times \frac{\Delta T_{rot}}{\Delta T_{in}} \quad .$$

5.2.5 Fysikaalisesta tulkinnasta

Jo tässä vaiheessa voi katsoa fysikaalista tulkintaa.

1. η_1 :n kaavasta näkee, että aineparametrit K ja α pitäisi saada mahdollisimman suureksi. Tosin odotetaan että η_2 dominoi.
2. c :n minimointi parantaa hyötysuhdetta mutta toisaalta se pienentää sisälle menevää energiaa annetulle ΔT_{in} , joten minimointi ei vaikuta hyvältä idealta.

Katsotaan konkreettinen esimerkki.

1. η_1 :n tapauksessa parametrin $y = \alpha K/c$ arvo suhteen $z = \Delta T_{rot}/\Delta T_{in}$ arvot ratkaisevat.
 - (a) Arvioidaan parametrin y arvo antamillasi parametrialueille. $\alpha = 9 \times 10^{-4}$ on sinun antamasi arvo. $K = 2 \times 10^9$ GPa on tyypillinen arvo netin perusteella. $c = 2.1$ MJ/m³K, jos oletan antamasi arvon c :lle kilogrammaa kohti ja oletan että litra painaa kilon. Tuloksena on $y_1 = .85$.
 - (b) $\Delta T_{in} = 80$ K. Jos halutaan $\eta \sim .05$, joka voisi olla parametrin x arvon kertaluku, niin saadaan $\Delta T_{rot} = 4.7$ K. $\eta \sim .02$ antaisi $\Delta T_{rot} = 1.9$ K.

Eli muutamia asteita lämpötilan laskun roottorissa pitäisi olla. Jos tämä on liikaa vaadittu niin η_2 :n pitäisi antaa dominoiva termi.

2. η_2 :n tapauksessa parametrin $y_2 = M/c$ arvo on ratkaiseva.

Löysin netistä taulukon (katso <http://tinyurl.com/yaynhypm>), jossa annetaan vedelle vakio-paineita vastaavat käyrät (T, ρ) -tasossa. Lämpötila-alue 0-30 C. Tiheydet ovat kutakuinkin normaalitiheyden ympärillä. Paineen muutos naapurikäyrien välillä on 25 baria. Horisontaaliset viivat vastaava vakio tilavuutta/tiheyttä. Horisontaalinen etäisyys ΔT kahden vakiopaine-käyrän paine-erolla $\Delta p = 25$ bar ja horisontaalisen viivan välillä on noin 5 K. Tästä $M \sim \Delta p_2 / \Delta T \sim 5 \times 10^5$ Pa/K. Kun sijoitan $c = 2.1$ MJ/Km³ (tiheys oletettu kg/litra) saan $y_2 = M/c = .25$. Tämä on pienempi kuin y_1 joten toive ei näytä toteutuvan.

5.2.6 Lämpötilaerojen suhde annetulle η_{tot} :n arvolle

Oletetaan, että halutaan tietty η_{tot} (kierrätys mukana). Mikä on tarvittava $\Delta T_{rot} / \Delta T_{in}$?

1. Ensinnäkin η_{tot} :n lauseke.

$$\eta_{tot} = \frac{1}{1+X} ,$$

$$X = \frac{x(1-\eta)}{\eta} .$$

x on kierroksella menetetty osa lämpöenergiaa.

2. Tästä voidaan ratkaista X :

$$X = \frac{1 - \eta_{tot}}{\eta_{tot}} .$$

3. Tästä edelleen voidaan ratkaista η :

$$\eta = \frac{U}{1-U} , \quad U = x \frac{\eta_{tot}}{1-\eta_{tot}} .$$

4. Tästä edelleen $\Delta T_{rot} / \Delta T_{in}$:

$$\frac{\Delta T_{rot}}{\Delta T_{in}} = \frac{c}{K\alpha_S + M} \times \frac{U}{1-U} ,$$

$$U = x \frac{\eta_{tot}}{1-\eta_{tot}}$$

Tästä saadaan haluttua η_{tot} vastaava lämpötilojen suhde $\Delta T_{rot} / \Delta T_{in}$.

5.3 Tilanteen tulkinta virtaustasapainona

Esitettyä mallia voi kritisoida koska siinä otetaan sisään syötetty teho annettuna. Jos teho on kuitenkin liian iso niin roottori ja lämpöhäviöt eivät ehdi ”syödä” sitä vaan energiaa alkaa kertyä systeemiin ja lämpötila nousta. Olisi saavutettava virtaustasapaino jossa syöttö kompensoi roottorin tekemän työn ja lämpöhäviöt. Osoittautuu kuitenkin, että tämä lähestymistapa antaa samat tulokset kuin yllä kuvattu.

Voitaisiin siis lähteä siitä, että roottoriin saapuu tietty teho lämpöenergiavirtana: $P = S v e$, missä e on lämpöenergian tiheys. Siitä roottori saa osan $P_{rot} = \eta P$ ja jäljelle jää $(1 - \eta)P$ josta matkalla energiansyöttöön menetetään osa $x(1 - \eta)P$, joten energian syöttöön saapuu $(1 - x)(1 - \eta)P$. Tasapainossa energiasyöttö kompensoi tämän ja saadaan

$$P_{in} = [1 - (1 - x)(1 - \eta)]P = [\eta + x(1 - \eta)]P ,$$

$$P = \frac{1}{\eta + x(1 - \eta)} P_{in} .$$

Tästä tavanomainen hyötysuhde - kutsutaan sitä η_{tot} :ksi olisi

$$\eta_{tot} = \frac{P_{rot}}{P_{in}} = \frac{\eta}{\eta + x(1 - \eta)} = \frac{1}{1 + \frac{x(1 - \eta)}{\eta}} .$$

Tulos on muodollisesti sama kuin aiemmalla argumentilla saatu.

Mutta η :n ei tarvitse olla sama nyt.

$$\eta = \frac{P_{rot}}{P} .$$

P_{rot} :lle pätee sama kaava kuin ennenkin.

Mitä on roottoriin sisääntuleva energiavirta $P = Sve$? Onko se energiatiheys mikä nesteeseen on siirretty, kun se on lämmitetty lämpötilaan, jossa virtaus on lähtiessään lämmitysyksiköstä. Esimerkitapauksessa lämpötila olisi noin 100 astetta ja lämmitys oli aloitettu 20 asteesta jolloin $\Delta T_{in} = 80$ K.

Huom: On tärkeää erottaa ΔT_{in} lämpötilan muutoksesta T , jonka lämmitys aiheuttaa nestevirtaukselle sen kulkiessa lämmitysyksikön läpi: ΔT on huomattavasti pienempi kuin ΔT_{in} . Tässä voisi kysyä pitäisikö ΔT olla se mikä esiintyy energiavirrassa, jolloin se pieneneisi ja hyötysuhde kasvaisi. Oma näkemykseni on, että se ei sovi yhteen kierrätysidean kanssa.

Tällöin pätsi

$$\Delta E = cV\Delta T_{in} .$$

Lämpöenergiatiheys olisi

$$e = c\Delta T_{in} .$$

Tämä antaisi saman tuloksen hyötysuhteelle kuin aiempi kuva.

5.4 Arvio virtausnopeudelle

Hyötysuhteen arviointi ei edellytä virtausnopeuden v tuntemaista toisin kuin ehdin hetken kuvitella. Virtausnopeuden arvioita voidaan kuitenkin tarvita muihin tarkoituksiin, joten yritetään.

Voi ajatella argumenttia joka perustuu energian säilymiseen ja partikkeliluvun säilymiseen.

5.4.1 a) Energian säilyminen

Oletetaan, että virtauksessa pätee energian säilyminen jokaista virtaviivaa pitkin

$$\frac{\rho v^2}{2} + p = vakio . \quad (5.2)$$

Ainakaan turbulenssia ei saisi olla, jotta tämä pätsi.

5.4.2 b) Partikkelien lukumäärän säilyminen

Partikkelien lukumäärä säilyy ts.

$$\rho S \times v = vakio ,$$

eli myös

$$\rho v = vakio . \quad (5.3)$$

Tämä kertoo sen, että ainetta ei häviä. Tämä kaava varmastikin pätee.

Tarkastellaan näissä kaavoissa muutoksia jotka siis ovat nolliä. Tämä edellyttää differentiaalilaskentaa: peruskaava josta saamme kiittää Newtonia ja Leibnizia on

$$\Delta(XY) = (\Delta X)Y + X\Delta Y .$$

1. Tarkastellaan ensin tapausta a). Saadaan kaavasta 5.2 $\Delta(\rho v^2/2 + p) = 0$ eli

$$\Delta(\rho v^2) = -\Delta p \text{ .}$$

Tästä saadaan

$$\frac{1}{2}\Delta(\rho v^2) = \frac{1}{2}[\Delta(\rho v)v + \rho v\Delta v] = \frac{1}{2}\rho v\Delta v \text{ ,}$$

koska $\Delta(\rho v) = 0$ kaavan 5.3 perusteella.

2. Pitäisi saada lauseke ylläolevassa kaavassa esiintyvälle Δv :lle. Tarkastellaan hiukasmäärän säilymisen lausuvaa yhtälöä 5.3. Tästä saadaan

$$\Delta(\rho v) = 0 = (\Delta\rho)v + \rho\Delta v = 0 \text{ ,}$$

mistä

$$\Delta v = -\frac{\Delta\rho}{\rho}v = \frac{\Delta V}{V}v \text{ .}$$

($\rho = Nm/V$, mistä $\Delta\rho/\rho = -\Delta V/V$). Sijoitetaan Δv kaavan

$$\frac{1}{2}\Delta(\rho v^2) = \frac{1}{2}\rho v\Delta v$$

oikealle puolelle, jolloin saadaan

$$\frac{1}{2}\rho v^2 \frac{\Delta V}{V} = -\Delta p = K \frac{\Delta V}{V} \text{ .}$$

$\Delta V/V$:t supistuvat ja saadaan v arvioituksi:

$$v = \sqrt{\frac{2K}{\rho}} \text{ .}$$

Siinä se on!

Toisin kuin ensin arvelin v :tä ei tarvita hyötysuhteen arvioimiseen. Sitä voidaan kuitenkin tarvita muihin tarkoituksiin. On tietysti huomattava että v :n arviossa oletettu energian säilyminen virtaviivaa pitkin on vain approximaatiivinen.